

Задание 10.1. Золушка

Возможное решение

1. Измеряем массу M пустого шприца. Насыпаем в шприц пшено. Измеряем массу $m_{\text{общ}}$ шприца с пшеном и объем V , занимаемый крупой. Для моделирования состояния зерна на дне мешка прижимаем зерно поршнем шприца. Плотность крупы $\rho_{\text{кр}} = \frac{m_{\text{общ}} - M}{V} \approx 0,8 \text{ г/см}^3$. Если зерно насыпать в шприц и не уплотнять, измеренная плотность окажется на 10-15% меньше ($\rho_{\text{кр}} \approx 0,7 \text{ г/см}^3$).

2. Предположим, что крупа подобна кристаллической структуре, элементарной ячейкой которой является куб, в каждой из вершин которого находится центр зерна и еще у одного центр совпадает с центром куба (объемно-центрированная кубическая решетка). Найдем плотность упаковки такой решетки $k = \frac{V_0}{V_{\text{я}}}$, где $V_0 = NV_{\text{ш}}$ – объем, занимаемый зернами, N – число зерен, приходящихся на одну ячейку, $V_{\text{я}} = a^3$ – объем ячейки. Ребро куба a можно связать с радиусом зерна r : $a\sqrt{3} = 4r$ (на большой диагонали куба укладывается два диаметра зерна). N подсчитаем таким образом: каждое из 8 зерен, центры которых находятся в вершинах куба, принадлежит 8 соседним ячейкам, поэтому на каждую ячейку приходится по $1/8$ зерна, и еще одно зерно находится в центре куба: $N = 8 \cdot \frac{1}{8} + 1 = 2$.

После подстановки, $k = \frac{\pi\sqrt{3}}{8} \approx 0,68$. Плотность зерен $\rho_{\text{зер}} = \frac{\rho_{\text{кр}}}{k} \approx 1,2 \text{ г/см}^3$. Для гранецентрированной кубической решетки аналогичный расчет дает $k = 0,74$ и $\rho_{\text{зер}} = \frac{\rho_{\text{кр}}}{k} \approx 1,1 \text{ г/см}^3$. Это наиболее плотная упаковка, наряду с гексагональной. У простой

кубической решетки (1 зерно на 1 ячейку) $k = 0,52$, тогда $\rho_{\text{зер}} = \frac{\rho_{\text{кр}}}{k} \approx 1,5 \text{ г/см}^3$.

3. Измеряем массу m_1 5-6 драже. Далее насыпаем в шприц небольшое количество пшена так, чтобы у дна образовалась «подушка» из зерна, на которую бросаем одно драже. Аккуратно насыпаем зерно, чтобы заполнить промежутки между драже и стенками шприца и подготовить «подушку» для следующего драже. Так продолжаем, пока общий объем смеси $V_{\text{общ}}$ не станет равен 20 мл (сверху при этом должен находиться слой зерна под давлением поршня). Измеряем массу шприца с драже и пшеном m_2 . Масса пшена $m_{\text{пш}} = m_2 - m_1 - M$. Так как размер зерен пшена много меньше размера драже, можем считать, что крупа заполнила все промежутки, и их объем был равен $V_{\text{пр}} = \frac{m_{\text{пш}}}{\rho_{\text{кр}}}$. Тогда объем, занимаемый самим драже, $V_{\text{др}} = V_{\text{общ}} - V_{\text{пр}}$, а его плотность $\rho_{\text{др}} = \frac{m_1}{V_{\text{др}}} = (1,4 - 1,6) \text{ г/см}^3$.

Рекомендации для жюри

1. Жюри необходимо как можно точнее измерить все искомые плотности. Результаты ваших измерений могут несколько отличаться от приведенных в решении, так как и крупа, и драже могут быть разных сортов.

2. Мы также проводили измерения плотности зерен, набирая в шприц с крупой воду. Такой способ не требует никаких первоначальных гипотез о плотности упаковки зерен в крупе. Полученный результат $\rho_{\text{зер}} \approx 1,3 \text{ г/см}^3$ соответствует плотности упаковки $k = 0,62$.

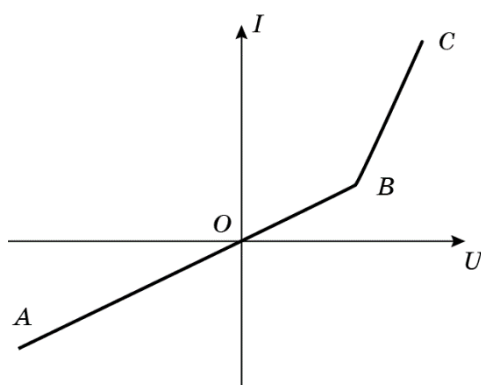
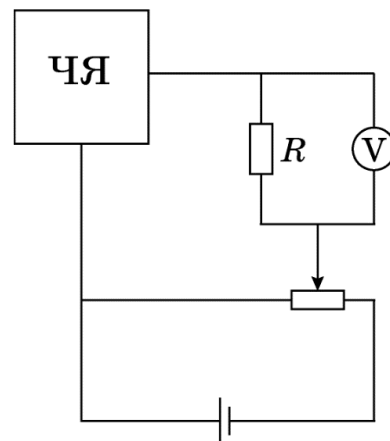
Задание 10.2. Ох уж эти ВАХи!

Возможное решение

Соберем электрическую цепь (рис. справа). При таком соединении приборов мы сможем регулировать напряжение, подаваемое на «черный ящик» в наиболее широком диапазоне. Регулируя сопротивление переменного резистора, будем измерять вольтметром напряжение на известном резисторе, и на «черном ящике».

Силу тока через «черный ящик» найдем с помощью закона Ома для резистора R .

По полученным данным построим ВАХ «черного ящика» для разных полярностей его подключения. Получится график примерно следующего вида:



Характерный изгиб ВАХ и разный вид графика при различной полярности говорят о наличии диода. Ветвь для отрицательных напряжений соответствуют закрытому состоянию диода. Поскольку ток при этом течет и зависимость $I(U)$ линейна, делаем вывод о том, что параллельно диоду присоединён резистор. Правая ветвь ВАХ после открытия диода идет не слишком круто вверх, что свидетельствует о наличии резистора, соединенного последовательно со диодом.

Возможные варианты схем.

Схема 1.

При $U < 0$ (участок AO) ток через диод не идёт, поэтому общее сопротивление цепи $R_{\text{общ}} = R_1 + R_2$ можно найти из закона Ома.

При $U > 0$ на участке BC отношение $\frac{\Delta U}{\Delta I} = R_2$. Отсюда $R_1 = R_{\text{общ}} - R_2$.

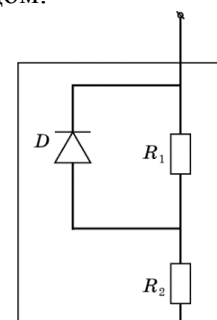


Схема 2.

При $U < 0$ (участок AO) ток через диод не идёт, поэтому сопротивление R_1 можно найти из закона Ома.

При $U > 0$ на участке BC отношение $\frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.

Отсюда $R_2 = \frac{R_1 R_{12}}{R_1 - R_{12}}$.

