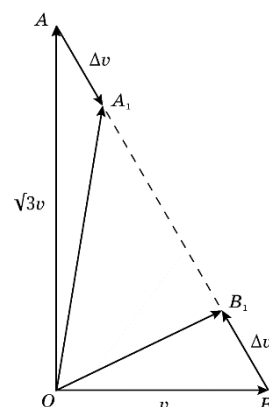


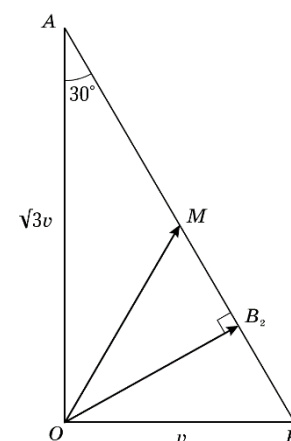
10.1. Просто трение

Возможное решение

Рассмотрим векторы начальных скоростей бруска и фанеры и их изменения за некоторый малый промежуток времени Δt . На рисунке вектор OA соответствует скорости бруска, вектор OB скорости фанеры в начальный момент времени. Векторы изменений их скоростей равны по модулю (так как массы равны) и направлены вдоль вектора их относительной скорости AB (скорость бруска относительно фанеры – вектор AB , а сила трения, действующая на брусок направлена от A к B и наоборот для листа фанеры).



Через время Δt концы векторов новых скоростей OA_1 и OB_1 , по прежнему лежат на AB и силы трения, действующие на тела, по прежнему направлены вдоль AB . Скорости бруска и фанеры будут изменяться до тех пор, пока не выровняются по величине и направлению, а точки A_1 и B_1 не окажутся на середине AB . Дальнейшее очевидно из геометрии. Скорость бруска уменьшается, пока не достигнет постоянного значения OM , $OM = AB/2 = v$. Минимальная скорость листа фанеры достигается прежде, чем скорости установятся – длина вектора OB_2 равна $OB_2 = OA \sin 30^\circ = \sqrt{3}v/2$.



Таким образом, минимальная скорость бруска относительно льда при движении равна v , а фанеры, соответственно $\sqrt{3}v/2$.

10.2. Расталкивание

Возможное решение

1. После первого столкновения скорость правого бруска $u_1 = 2mv/(M+m) = v/2$, скорость тележки $v_1 = v(m - M)/(M+m) = -v/2$ (из законов сохранения энергии и импульса). Знак минус означает, что тележка начнёт двигаться влево.

2. Из законов сохранения энергии и импульса при столкновении с левым бруском получим, что тележка будет двигаться вправо со скоростью $v/4$. А скорость правого бруска после второго столкновения с тележкой станет $v_2 = v/8 = v_1/4$. Соответственно $v_3 = v_2/4$ и т.д.

3. А) Кинетические энергии правого бруска будут изменяться также в геометрической прогрессии, но с показателем $1/16$. Отсюда можно найти полное перемещение правого бруска, а затем и левого.

Б) Можно заметить, что после каждого столкновения отношение кинетических энергий правого и левого брусков остаётся одинаковым и равным 4, тогда $L_{\text{лев}} = L_{\text{прав}}/4$. С учётом работы силы трения имеем $mv^2/2 = \mu Mg(L_{\text{лев}} + L_{\text{прав}})$, а так как $m = M/3$, то $L_{\text{прав}} = 2v^2/(15\mu g)$ и $L_{\text{лев}} = v^2/(30\mu g)$.

10.3. Из глубины...

Возможное решение

Массу пузырька воздуха можно не учитывать, поэтому сила F сопротивления движению равна силе Архимеда F_A : $F = F_A$, или иначе: $krv = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$.

Отсюда найдём $v = \frac{4\pi r^2 \rho g}{3k}$.

В соответствии с законом Бойля-Мариотта ($pV = \text{const}$) запишем:

$$\frac{4\pi}{3}r_0^3(p_0 + \rho gh_0) = \frac{4\pi}{3}r^3(p_0 + \rho gh).$$

Зависимость радиуса пузырька от глубины такова:

$$r = r_0 \left(\frac{p_0 + \rho gh_0}{p_0 + \rho gh} \right)^{1/3}.$$

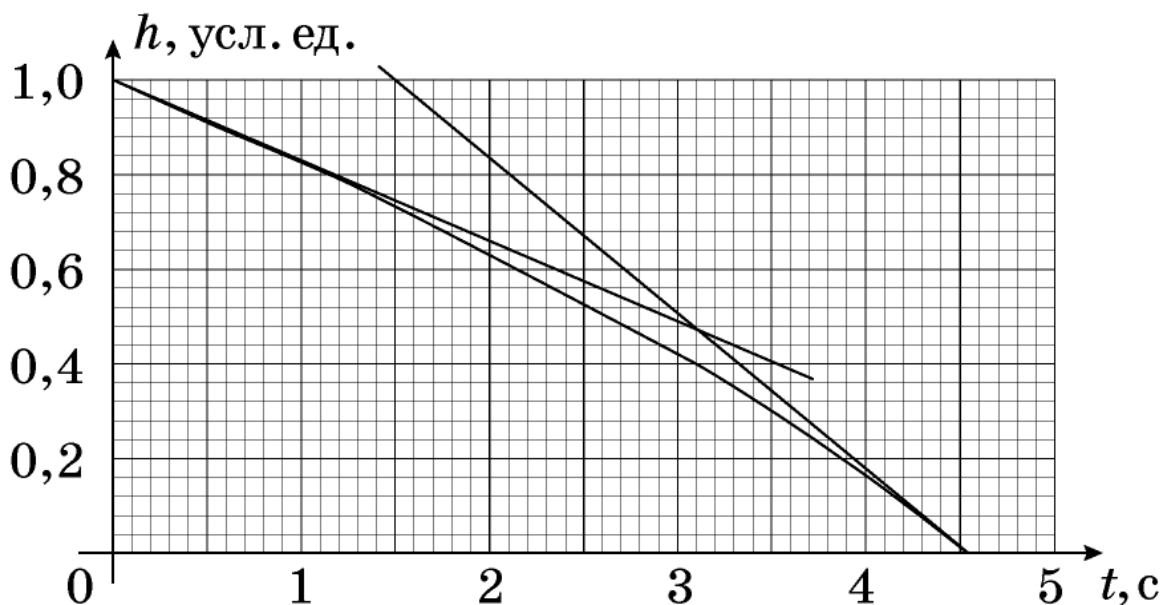
Откуда

$$v = \frac{4\pi\rho gr_0^2}{3k} \left(\frac{p_0 + \rho gh_0}{p_0 + \rho gh} \right)^{2/3}.$$

Скорости пузырька вблизи дна $v(h_0)$ и у поверхности $v(0)$ относятся как

$$\frac{v(0)}{v(h_0)} = \left(\frac{p_0 + \rho gh_0}{p_0} \right)^{2/3}.$$

Отношение скоростей можно определить через отношение угловых коэффициентов касательных, проведенных к графику зависимости $h(t)$ в соответствующих точках. Для нашего графика (данного в условии)



$$\frac{v(0)}{v(h_0)} \approx 1,2;$$

$$\frac{p_0 + \rho gh_0}{p_0} \approx 3,04;$$

$$h_0 \approx 20 \text{ м}.$$

Для ответа на второй вопрос задачи достаточно заметить, что на любой глубине скорость пузырька, пропорциональна квадрату его начального радиуса. Соответственно, для пузырька с начальным радиусом 0,5 мм скорость будет в четыре раза меньше, чем для пузырька радиусом $r_0 = 1$ мм, а время движения будет в четыре раза больше, то есть примерно 18 с.

При ответе на третий вопрос задачи найдем радиус пузырька, имевшего $r_0 = 1$ мм на глубине 20 м, когда он достигнет глубины 10 м.

$$r'_0 = r_0 \left(\frac{p_0 + \rho gh_0}{p_0 + \rho gh} \right)^{1/3} = r_0 \left(\frac{3}{2} \right)^{1/3}$$

Такой же пузырек в соответствие с графиком движется от глубины 10 м до поверхности

$t' = 1,9$ с. Пузырек, имеющий на этой глубине радиус $r_0 = 1$ мм будет двигаться в $\left(\frac{r'_0}{r_0} \right)^2$ раз

медленнее, то есть достигнет поверхности за время

$$t = t' \left(\frac{r'_0}{r_0} \right)^2 = 2,5 \text{ с}.$$

10.4. Частичный нагрев

Возможное решение

1. Пусть S сечение цилиндров, ν полное число молей газа, R газовая постоянная. Из уравнения состояния идеального газа для начальной ситуации имеем: $2p_0SL = \nu RT_0$.
2. При открытом вентиле давление газа слева и справа одинаково, обозначим его p .
3. Из уравнения состояния в применении к каждому цилиндру при открытом вентиле и разных температурах имеем: $pSL = \nu_1 RT_0$; $pSL = \nu_2 RT$, где ν_1 и ν_2 число молей слева и справа.
4. Так как суммарное число молей неизменно, то $\nu = \nu_1 + \nu_2$.
5. Отсюда выражаем давление $p = 2p_0T/(T + T_0)$.
6. После закрытия вентиля число молей газа слева и справа остаются прежними. В конце температура везде T_0 , а объёмы газа слева и справа соответственно $(L + h)S$ и $(L - h)S$.
7. Разница давлений газа при перепаде уровней $p_1 - p_2 = 2\rho gh$.
8. Выразим давления через уравнение состояния и предыдущие соотношения:
 $\nu_1 RT_0/(L + h)S - \nu_2 RT_0/(L - h)S = pL/(L + h) - pL/(L - h) = 2\rho gh$.
9. Подставив $p = 2p_0T/(T + T_0)$ получим уравнение для искомой T :
 $p_0LT_0/(T + T_0)(L + h) - p_0LT_0/(T + T_0)(L - h) = \rho gh$.
10. Откуда $T = T_0(L + h)(p_0L + \rho gh(L - h))/(L - h)(p_0L - \rho gh(L + h))$.

10.5. Нелинейная электрическая цепь

Возможное решение

Каждый диод может быть открыт или закрыт. Всего возможны три варианта:

а) оба диоды закрыты;

б) один диод закрыт (например, D_1), другой (D_2) открыт;

в) оба диоды открыты.

Случай (а) $U_{AD} = U_{DC} = U_{CB} = U_{AB} / 3$. $U_{AC} = U_{AD} + U_{DC} > U_0$ – не подходит.

Случай (б) $U_{DB} = 1 B$; $U_{DC} = U_{CB} = 0,5 B$; $U_{AC} = 4,5 B > U_0$ – не подходит.

Случай (в) $U_{AC} = U_{AD} = U_0 = 1 B$.

$$U_1 = U_3 = U_{AB} - U_0 = 4 B.$$

$$U_2 = U_{AB} - 2U_0 = 3 B.$$

$$I_{D1} = I_{D2} = I_{N3} + I_{N2} = kU_3^2 + kU_2^2 = 2,5 A.$$